

# 基于小波分析的黄河河川径流变化规律研究\*

刘俊萍<sup>1</sup> 田峰巍<sup>1</sup> 黄强<sup>1</sup> 佟春生<sup>1,2</sup>

1. 西安理工大学水利水电学院, 西安 710048; 2. 华北工学院分院, 太原 030008

**摘要** 采用 Morlet 小波函数, 分别对黄河上、中、下游河川径流序列进行小波分析, 揭示了黄河上、中、下游河川径流变化多时间尺度的复杂结构, 分析了不同时间尺度下的径流序列变化周期和丰枯突变点. 通过小波方差检验, 得出黄河上、中、下游径流变化第一主周期均为 22 年. 经径流变化趋势分析, 预测黄河上、中、下游大约在 2003~2012 年均将处于偏丰期, 结果表明上、中、下游河川径流变化具有同步性.

**关键词** 小波分析 黄河 河川径流 变化规律 周期

小波分析属于时频分析, 它不同于 Fourier 分析, Fourier 分析使用的是一种全局的变换, 无法表述信号的时频局域性质. 小波变换具有多分辨率分析的特点, 在时频域都具有表征信号局域特征的能力<sup>[1]</sup>. 小波分析理论已广泛地应用到各个学科领域, 本文应用小波分析理论, 对黄河上、中、下游河川径流长系列进行深入细致的分析, 以揭示黄河全流域河川径流的变化特性, 使我们对黄河径流变化有更加深刻的认识, 为黄河流域规划、水资源优化配置等提供更加全面的技术支持.

## 1 连续小波变换

设小波函数为  $\psi(t) \in L^2(\mathbb{R})$ , 其 Fourier 变换为  $\Psi(\omega)$ , 且满足允许条件

$$C_\psi = \int_{\mathbb{R}} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty, \quad (1)$$

对于任意函数  $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$  的连续小波变换为

$$W_f(a, b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = |a|^{-1/2} \int_{\mathbb{R}} f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt, \quad (2)$$

$\overline{\psi(t)}$  表示  $\psi(t)$  的复共轭,  $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0, \psi_{a,b}(t)$

$= |a|^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$ ,  $\psi_{a,b}(t)$  不一定是彼此正交的.

$$\text{其重构公式为: } f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{a^2} W_f(a, b) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) da db, \quad (3)$$

Morlet 小波是使用最普遍的一种复值小波, 母函数为:  $\psi(t) = e^{-\frac{t^2}{2}} e^{j\omega_0 t}$ , (4) 是经 Gauss 函数平滑而得到的谐波, 其应用十分广泛, 复值小波比实值小波具有更多的优点<sup>[2,3]</sup>. 以下的分析计算均采用 Morlet 复值小波连续变换.

## 2 黄河上中下游径流变化规律

选取兰州站、三门峡站和花园口站为黄河上中下游的代表站, 所用资料为 1919~1997 年共 79 年天然河川径流, 3 站多年平均径流量分别为  $3.2755 \times 10^{10}$ ,  $5.0153 \times 10^{10}$  和  $5.5852 \times 10^{10} \text{ m}^3$ . 为减小资料两端的影响, 采用数据反摺的方法, 外延资料两端的数据. 采用 Morlet 复值小波对 3 站径流序列进行连续小波变换, 可以得到小波变换系数的实部、虚部、模、模平方、相位等信息(具体见图 1~3), 通过分析这些信息, 能够揭示河川径流变化的多时间尺度结构.

2002-09-04 收稿, 2002-12-24 收修改稿

\* 国家自然科学基金(批准号: 50079021)和国家重点基础研究发展规划(G1999043608)资助项目

E-mail: Ljp23@163.com

## 2.1 黄河上游小波变换结果及分析

(1) 小波系数实部 小波系数的实部包含给定时间和尺度下, 相对于其他时间和尺度, 信号的强度和位相两方面的信息<sup>[4,5]</sup>. 小波系数实部为正时, 表示径流量偏多, 图中用实线绘出, “+”表示正值中心; 为负时表示径流量偏少, 图中用虚线绘出, “-”表示负值中心. 从小波系数的实部可以看出不同尺度下的丰枯位相结构, 表明不同的时间尺度所对应的径流丰枯变化是不同的. 小尺度的丰枯变化则表现为嵌套在较大尺度下的较为复杂的丰枯结构.

从图 1(a)中可分析出径流存在明显的年际变化和年代际变化, 从上至下分析得出径流存在 30 年以上, 10~30, 7~17 及 10 年以下 4 类尺度的周期变化规律.

从较大尺度 30~40 年分析, 径流变化出现丰枯交替的准 2 次振荡, 对应于这种大尺度的丰枯交替, 黄河上游径流变化表现出了明显的突变特征, 具体表现为 1929 年以前偏枯, 1930~1949 年偏丰, 1950~1969 年偏枯, 1970~1988 年偏丰, 1988~1997 年偏枯, 直到 1997 年等值线仍未闭合, 1997 年后一段时间仍处于偏枯期.

从 10~30 年尺度分析, 径流出现准 3 次振荡, 具体表现为 1924 年以前偏丰, 1925~1935 年偏枯, 1936~1947 年偏丰, 1948~1958 年偏枯, 1959~1969 年偏丰, 1970~1980 年偏枯, 1981~1991 年偏丰, 1992 年以后偏枯, 而且这一偏枯曲线直到 1997 年仍未闭合, 与 30~40 年尺度的变化一样, 1997 年以后一段时间仍将处于偏枯期.

30~40 和 10~30 年尺度的周期变化在整个分析时段表现得非常稳定, 具有全域性.

7~17 年尺度的周期变化, 主要在 30~80 年代表现活跃, 存在负、正、负的周期振荡. 大尺度下的一个丰期(或枯期), 包含小尺度下的若干个丰枯期.

对应于 10 年以下较小尺度的径流变化, 较为明显的周期为 1~5 年尺度的年际变化, 主要发生于 20 世纪 40~70 年代中期, 70 年代中期之后, 周期中心上移, 变为 5~10 年左右尺度的周期变化, 到 80 年代中期, 周期中心又下移到 1~5 年尺度, 其他时间尺度的周期变化不明显. 对于小尺度而言, 径流突变点增多. 不同时间尺度下, 径流突变点个数、时间位置都有所不同, 径流突变应针对具体时间尺度来讨论.

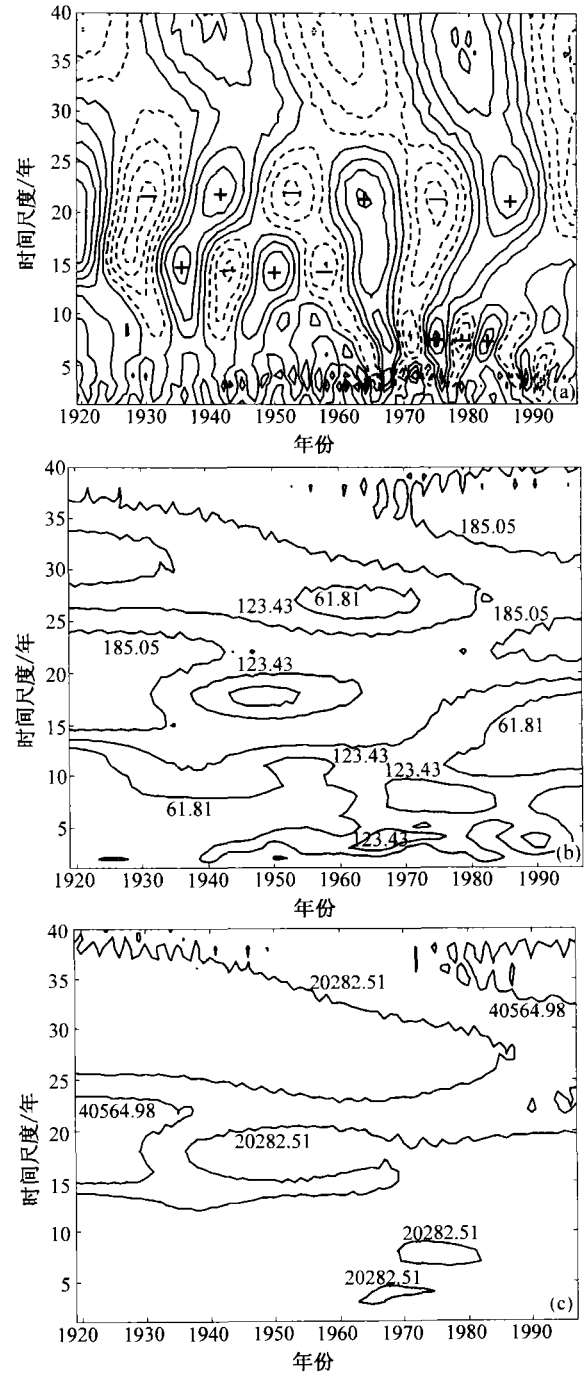


图 1 三州站径流小波变换等值线图

(a) 实部; (b) 模; (c) 模平方

从图的上部可看到存在 30 年以上的周期变化, 随着径流资料序列的延长, 可以分析出更大尺度的周期变化.

以 22 年尺度为例, 各丰枯期的径流值与其小波系数的对照见表 1, 表中数据进一步表明小波系数的实部可以表征实际径流的丰枯位相变化, 两者具有对应关系.

表 1 丰枯期径流与小波系数实部对应表

(单位:  $10^8 \text{ m}^3$ )

小波系数实部	+(丰)	-(枯)	+(丰)	-(枯)	+(丰)	-(枯)	+(丰)	-(枯)
上游丰枯段	19~24	25~35	36~47	48~58	59~69	70~80	81~91	92~97
上游径流	295.4	271.8	352.4	331.2	363.9	329.6	356.9	281.3
中游丰枯段	19~24	25~35	36~46	47~57	58~68	69~80	81~91	92~97
中游径流	433.6	404.8	536.2	519.4	604.7	492.1	536.5	416.1
下游丰枯段	19~24	25~35	36~46	47~57	58~68	69~80	81~91	92~97
下游径流	487.1	452.6	601.9	586.3	683.8	533.6	590.0	456.1

注: 表中时段 19~24 代表 1919~1924 年, 以此类推

(2) 小波系数模 Morlet 小波变换系数的模值表示能量密度, 模值图把各种时间尺度的周期变化在时间域中的分布情况展示出来, 小波变换系数的模值越大, 表明其所对应的时段和尺度的周期性越明显. 从图 1(b)中可看出 30~40 和 10~30 年尺度的小波变换模值较大, 说明这两个周期变化最明显; 其次是 7~17 和 10 年以下尺度的周期变化.

(3) 小波系数模平方 小波系数的模平方相当于小波能量谱, 所以从小波系数模平方图可分析出不同周期的振荡能量, 从图 1(c)中可看到, 10~30 和 30~40 年尺度的周期非常显著, 占据整个时段, 能量最强, 10 年以下尺度的周期也比较显著, 但 10 年尺度的周期变化具有局部化的特征. 其他尺度的周期变化都较弱, 能量较低.

### 2.2 黄河中游径流变化规律

(1) 小波系数实部 图 2(a)从上至下可分析得出代表黄河中游的三门峡站河川径流序列的变化具有 30~40, 10~30, 7~17 及 10 年尺度以下的周期变化. 周期从大到小呈现嵌套结构, 各尺度下的周期变化特征与上游相似.

(2) 小波系数模 从图 2(b)分析, 模值最大的是 10~30 年尺度的周期, 表明这一尺度的周期变化最明显, 其次是 30~40 和 10 年以下尺度的周期.

(3) 小波系数模平方 从图 2(c)可知, 能量最强的是全域性的 10~30 年尺度的周期变化, 呈条带状分布在整个分析时段; 30~40 年尺度的周期变化, 在 80 年代以后能量增强, 与 10~30 年尺度的周期能量相当.

### 2.3 黄河下游径流变化规律

(1) 小波系数实部 图 3(a)从上至下, 代表黄河下游的花园口站河川径流序列的变化具有 30~40, 10~30, 7~17 及 10 年尺度以下的周期变化, 各尺度下的周期变化特征与上中游相似.

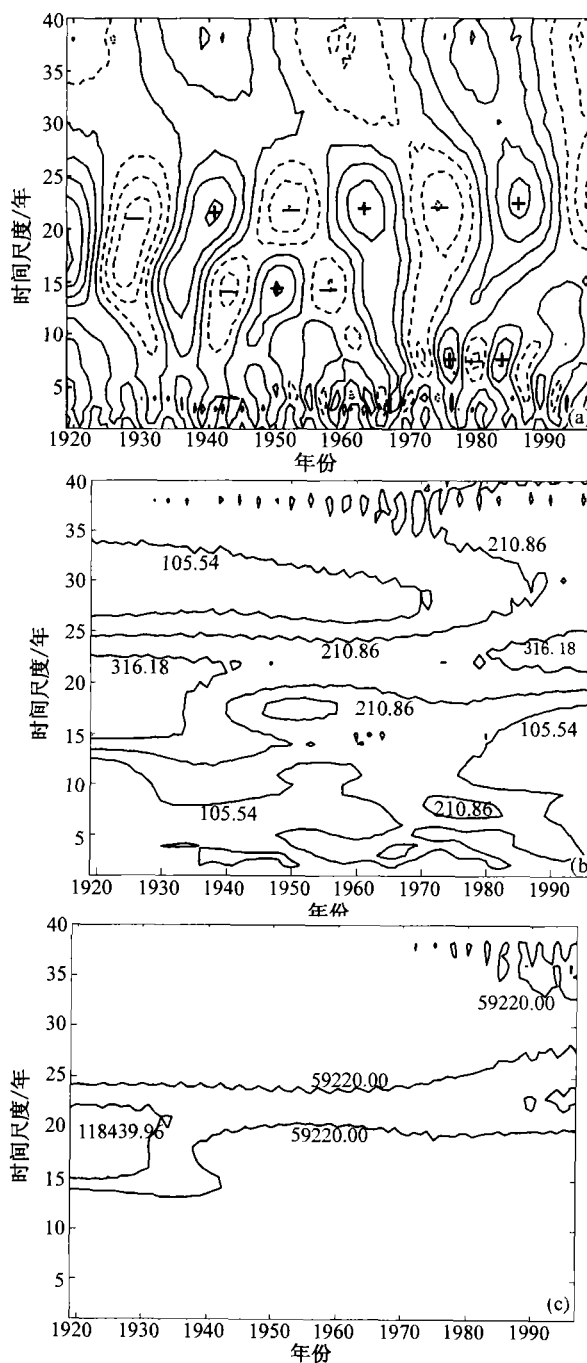


图 2 三门峡站径流小波变换等值线图  
(a) 实部; (b) 模; (c) 模平方

(2) 小波系数模 分析图 3(b)可知, 30~40, 10~30 和 10 年以下尺度的周期均具有全域性, 其中 10~30 年尺度的模值最大, 周期变化最明显; 30~40 年尺度的周期在 80 年代以前表现明显, 10 年以下尺度的模值与 30~40 年的相同.

(3) 小波系数模平方 从图 3(c)中看到, 能量最强的是全域性的 10~30 年的周期, 呈条状占据整个分析时段, 它对原径流时间序列的方差贡献最大.

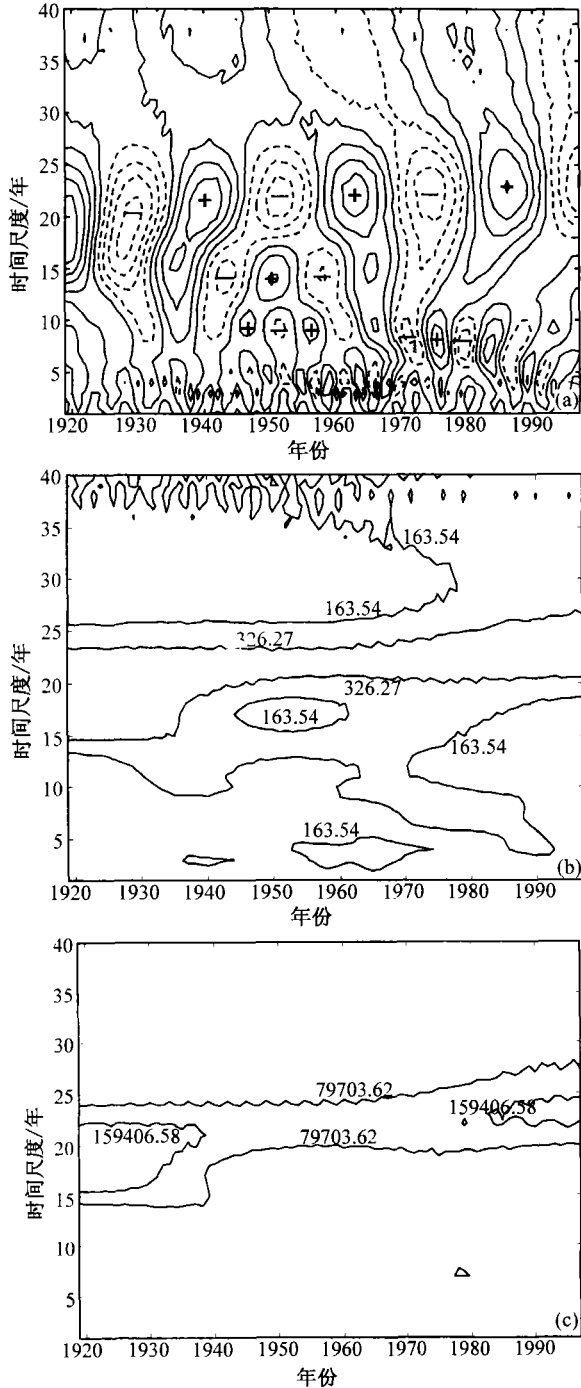


图3 花园口站径流小波变换等值线图  
(a) 实部; (b) 模; (c) 模平方

### 3 小波分析检验

以上分析出黄河上中下游径流序列存在几个周期范围, 如何判断哪个周期占据主要地位, 即对径流序列的变化起主要作用呢? 下面通过小波方差进行检验<sup>[5]</sup>, 小波方差的计算公式为

$$W_f(a) = \int_{-\infty}^{\infty} |W_f(a, b)|^2 db, \quad (5)$$

式中  $W_f(a)$  为小波方差,  $W_f(a, b)$  为小波系数.

利用(5)式, 计算各时间尺度对应的小波方差, 据此可以确定径流时间序列中存在的主要周期, 上中下游小波方差图分别见图 4.

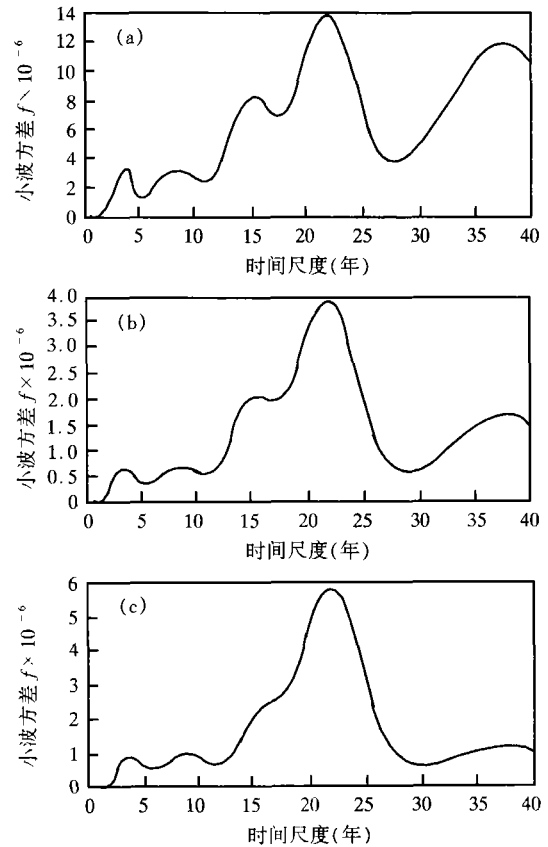


图4 小波方差

图 4(a) 中有 5 个峰值, 分别对应上游 4, 9, 15, 22 和 38 年的时间尺度, 第一峰值是 22 年时间尺度, 说明 22 年左右的周期振荡最强, 为上游径流变化的第 1 主周期, 第 2~5 主周期依次为 38, 15, 4 和 9 年.

图 4(b) 显示中游小波方差有 4 个明显的波峰, 根据峰值大小依次是 22, 16, 38, 4 和 9 年, 中游

径流变化第1主周期与兰州站一致是22年，第2~5主周期与兰州站稍有不同。

图4(c)表明下游小波方差有4个峰值，依据方差大小判断，下游径流变化的第1主周期是22年，其次是38，9和4年。

#### 4 黄河径流变化趋势分析

根据小波方差检验出的主要周期，可绘出主要周期的小波系数图，图5为22年尺度周期的小波系数图，因为22尺度的周期变化能量最大，对原始径流序列的方差贡献也最大，所以黄河上中下游1997年后5年左右，低频波仍将发展，即径流大约到2002年前后仍将于偏枯阶段，大约2003~2012年上游径流将处于偏丰期。

表1 河川径流变化周期 (单位: 年)

主周期	1	2	3	4	5
上游	22	38	15	4	9
中游	22	16	38	4	9
下游	22	38	9	4	

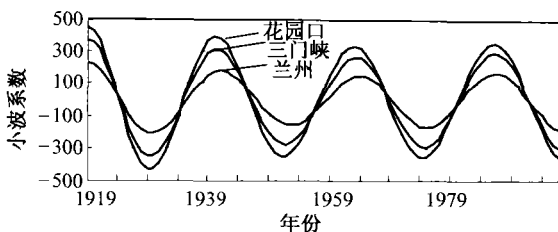


图5 22年尺度径流变化趋势

#### 5 结论

通过以上分析，得出以下结论：

(1) 黄河上、中、下游河川径流变化存在多时间尺度的特征，具有30年以上尺度，10~30，7~17及10年以下尺度的周期变化，大尺度的周期变化嵌套着小尺度的周期变化。

(2) 黄河全流域上、中、下游都具有22年的第1主周期，且是全域性，说明黄河上中下游河川径流变化具有同步性，3站的次周期有所不同，次周期中都有4和38年周期，但在各流域所起的作用不同，如38年周期变化对黄河上游和下游河川径流变化的影响超过对黄河中游的影响。

(3) 根据主要周期可以分析径流变化趋势，黄河上、中、下游径流推测大约在2003至2012年将处于偏丰期。

(4) 径流变化在时域中存在多层次时间结构的局部化特征，径流变化周期具有局部化的特征，某一周期变化在某一时段表现明显，而在其他时段表现可能不明显，径流变化周期只在一定的时段内有意义。

#### 参 考 文 献

- 1 胡昌华, 等 编著. 基于 MATLAB 的系统分析与设计——小波分析. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1999. 1~5
- 2 Meyer S D, et al. An introduction to wavelet analysis in oceanography and meteorology with application to the dispersion of Yanai waves. Mon Wea Rev, 1993(121): 4658
- 3 毕云, 等. 用一维 Morlet 小波变换对降水作诊断分析. 内蒙古气象, 2000, (4): 26
- 4 邓自旺, 等. 西安市近 50 年来气候变化多时间尺度分析. 高原气象, 1997, 16(1): 81
- 5 纪忠萍, 等. 广州近百年来气候变化的多时间尺度分析. 热带气象学报, 1999, 15(1): 48